

理学部(数学) 問題解説

□■ 出題意図・評価方法・評価ポイント

- [I] (1) 2次方程式の判別式とその解の個数の関係を理解しているかどうかをチェックしている問題である。なお、問題文中で a は0ではないと断っていることに注意。
- (2) 空間内の点と平面の距離の公式を用いることを想定しているが、球の中心を通って平面に垂直な直線の方程式を求めて、その直線と平面との交点を求めてから球の中心と平面との距離を求めてもよい。
- (3) 数学Ⅲを学習したのなら、単純に曲線の式の両辺を微分して極値を与える点を探し出して原点からの距離を求めることも可能であるが、平方完成を用いればよい。
- (4) 数列の中にグループわけができる規則性を発見し、求める200項がどのグループに属しているかを計算するなどといった、観察力や発想力などの数学の実力をチェックするのがねらいである。
- [II] 数学とその応用分野で必須の三角関数の知識を確認するのがねらいである。ただし、数学Ⅲで習得するような三角関数の微積分についてはこの問題では扱わない。なお、(1)において、 $\sin\theta\cos\theta$ は決して1にはならないことに注意する。
- [III] カードの問題を題材にして、順列、組み合わせ、確率の知識・能力を問う問題である。問題文を読解して、順列、組み合わせの差異を判断したり、与えられた条件を理解して数学的に処理したりする能力などをチェックするのが目的である。こういった能力はプログラミングの際にも必要となることが多い。
- [IV] 数学Ⅲで習得する三角関数の入った関数の微積分についてどの程度理解しているか、どの程度計算力を有しているかをチェックするのが目的である。こういった三角関数の入った微積分は数学のみならず、その応用分野でも必要とされることがある内容である。

□■ 受験生へのメッセージ

[III] の問題が若干難しかったかもしれないが、基本的には教科書にある水準の難易度の問題ばかりであるので、基本的なところを確実に学習しておいてもらいたい。

[I] の(1)は問題文をよく読んでいないと思われる答案が散見された。(2)は点と平面の距離を求める公式を忘れたとしても、平面に垂直で球の中心を通る直線の式をもとめてから平面との交点を求めることもできたので、いろいろな考え方も検討してほしい。(3)は動く点があるので、厄介そうに見えるが、普通の最大値(極大値)をもとめる問題である。曲線の式をうまく変形すると y^{**2} が OP^{**2} の2次式になるので、実際は数学Ⅲの知識も不要で平方完成をするだけである。もちろん、両辺を x で微分して微分が0になる点を求めても値を求めることはできるが、記述式の問題だったら完全な答案を書くことは難しくなるのではないと思われる。

なお、[I]については解答だけということになっているが、もしも記述式であったらということも考えて勉強してもらいたい。

[II] はとにかく(1)の $\sin\theta\cos\theta$ が1にならないことを正しく看破できるかが一番難しいように思われる。記号だけの計算に終始していると、こういった点は見落としやすいので注意してもらいたい。(3)についても結局問題となっている不等号は一般的な大小関係ではなくて $\sin\theta < 0 < \cos\theta$ となることに気がつくかどうかポイントになるので、これもまた実質的な「値」に注意が払えるかどうか問われていると言ってもよいかもしれない。

[III] 地道に場合分けをすればいいのだが、そうはいつでも割に難しい問題であることは否定しない。なお、プログラミングに興味がある者はpythonなどで(場合の数レベルで)答えが出せるかどうかチャレンジしてみると面白いと思う。

[IV] 最後の(3)については $\tan x$ の項が別になっているような答案も許容したが、余裕のある者は各項を通分して整理したらどうなるかも考えてみてほしい。意外にきれいな式になることがわかれると思う。